

デジタル信号処理 演習 1

学籍番号：

氏名：

評価：

問 1-1

以下の文中の 内を適切な言葉で埋めよ(同じ言葉が複数回使われることもある)。また、【】内の選択肢のうち、最も適切なものを選んで丸を付けよ。

- 連続なアナログ信号を不連続なデジタル信号に変換することを 化という。変数の 化を といい、測定値の 化を という。
- デジタル化された画像信号は輝点の集合として表現されるが、個々の輝点を といい、この数を という。また、輝点の明るさ(輝度)の段階を という。特に、輝度を1ビットで表現した画像は【(a)カラー画像 (b)モノクロ画像 (c)二値画像】¹⁾とよばれ、形状認識などの画像処理でよく利用される。
- アナログ信号をデジタル信号に変換するデバイスを 変換器といい、デジタル信号をアナログ信号に変換するデバイスを 変換器という。
- 1バイトは ビットであり、1バイトで表現できる値の数は 個である。また、2バイトで表現できる値の数は 個である。
- アナログ信号をデジタル信号に変換する際、アナログ信号に含まれる最も高い周波数が f_c であるとして、標本化の周波数は 【(a)以上 (b)以下】²⁾でなければいけない。また、この限界周波数のことを 周波数という。標本化の周波数が不適切であると、本来の信号には含まれない低周波信号を誤って観測してしまうことがあり、この現象を という。

問 1-2

(1) 1チャンネルのモノラル音声信号を 8bit-20kHz でデジタル変換したとき、1分間の音声信号のデータ量(非圧縮の場合)は何MBか(1MB= 10^6 Bとして計算せよ)。

(2) 4K テレビ画像(3840×2160画素、RGB各色8bit、60Hz)の1分間の映像信号のデータ量(非圧縮の場合)は何GBか(1GB= 10^9 Bとして計算せよ)。

デジタル信号処理 演習 2

学籍番号：

氏名：

評価：

問 2-1

以下の文中の 内を適切な言葉で埋めよ (同じ言葉が複数回使われることもある)。

- 不規則信号とは、ある時点までの測定値から、その後の値を予測できない信号である。一方、 は数学関数で表現できる信号で、将来の変動の予測が可能である。
- 代表的な周期信号の一つに正弦波があり、 $f(t) = A \sin(\omega t + \theta)$ の形で書くことができる (t は時間)。ここで、 A は 、 ω は 、 θ は という。また、周波数は と書ける。
- 限られた時間範囲内にもみ存在する信号を といい、単発のパルス信号は、その代表例である。

問 2-2

(1) フィルタサイズが K (中心および前後の K 個の範囲) のとき、 N 個の測定値 $f_i = (f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$ を単純移動平均した結果 g_i を数式を用いて表せ。但し、 $K \leq i < N - K$ の範囲とする。

(2) 10 個からなる測定値 $f_i = (3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3)$ がある。フィルタサイズ $K=2$ を用いて単純移動平均した結果を g_i とした時、 g_3 (4 つ目) 及び g_7 (8 つ目) の値を求めよ。

問 2-3

同期加算によって周期信号に含まれるノイズが圧縮される原理を、数式を用いて説明せよ。

デジタル信号処理 演習 3

学籍番号: 氏名: 評価:

問 3-1

2つの N 次元のベクトル $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_N)$ 、 $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_N)$ があるとき、

(ア) \mathbf{f} のノルム $\|\mathbf{f}\|$ を成分を用いて書け。

(イ) \mathbf{f} と \mathbf{g} の内積 $\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle$ を成分を用いて書け。

(ウ) \mathbf{f} と \mathbf{g} の相関係数 r を \mathbf{f} と \mathbf{g} を用いて書け。

(エ) N 次元の正規直交基 $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_N\}$ を用いて $\mathbf{f} = \sum_{i=1}^N C_i \mathbf{v}_i$ と表すとき、

C_i を \mathbf{f} と \mathbf{v} を用いて書け。

問 3-2

2つの関数 $f(t)$ 、 $g(t)$ があるとき、変数 t が t_1 から t_2 の範囲における

(ア) $f(t)$ のノルム $\|f(t)\|$ を書け。

(イ) $f(t)$ と $g(t)$ の内積 $\langle f(t), g(t) \rangle$ を書け。

(ウ) $f(t)$ と $g(t)$ の相関係数 r を書け。

(エ) 正規直交関数系 $\{\phi_1(t), \phi_2(t), \dots\}$ を用いて $f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \phi_i(t)$ と表すとき、

C_i を $f(t)$ と $\phi(t)$ を用いて書け。

問 3-3

5点からなる2つのデジタル信号 $\mathbf{a} = (2, -4, -2, 0, -1)$ 、 $\mathbf{b} = (0, -1, 9, -3, 3)$ があるとき、これらの相関係数 r を求めよ。

問3-4

原点对称の区間 $[-a, a]$ で定義された二つの関数 $f(t) = t$ と $g(t) = t^2$ がある。以下の問いに答えよ。

(1) $f(t)$ と $g(t)$ のノルムを求めよ。

(2) $f(t)$ と $g(t)$ が直交することを証明せよ。

問3-5

$[-\pi, \pi]$ の範囲で定義された正規直交関数系 $\phi_i(t) = \{1, \sqrt{2} \sin(t), \sqrt{2} \cos(t), \sqrt{2} \sin(2t), \sqrt{2} \cos(2t), \dots\}$ がある。関数 $f(t) = t$ を $f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i \phi_i(t)$ の形に展開するとき、展開係数 C_0, C_1, C_2 を求めよ。

デジタル信号処理 演習 4

学籍番号：

氏名：

評価：

問 4-1

時間 t に対する 2 つの関数 $f(t)$ 、 $g(t)$ があるとして、以下の問いに答えよ。

(ア) 相互相関関数 $R_{fg}(\tau)$ の式を書け。

(イ) 自己相関関数 $R_{ff}(\tau)$ の式を書け。

(ウ) 相互相関関数を用いると、どのような情報が得られるか書け。

(エ) 自己相関関数を用いると、どのような情報が得られるか書け。

問 4-2

区間 $[0, 2\pi]$ で定義された二つの関数 $f(t) = \sin t$ と $g(t) = \cos t$ がある。二つの関数の相互相関関数 $R_{fg}(\tau)$ を求めよ (規格化しなくてよい)。

問4-3

区間 $[0, 2\pi]$ で定義された二つの関数 $f(t) = \sin t$ と $g(t) = \cos t$ がある。自己相関関数 $R_{ff}(\tau)$ および $R_{gg}(\tau)$ を求めよ (規格化しなくてよい)。

三角関数の公式

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\sin(\theta + \pi) = -\sin \theta$$

$$\cos(\theta + \pi) = -\cos \theta$$

$$\tan(\theta + \pi) = \tan \theta$$

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta$$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta$$

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot \theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$$

デジタル信号処理 演習5

学籍番号:

氏名:

評価:

問5-1

角周波数 ω_0 の周期関数 $f(t)$ がある。 $f(t)$ を $\cos(k\omega_0 t)$ と $\sin(k\omega_0 t)$ で実フーリエ級数展開したときの式と、フーリエ係数 (a_k 、 b_k) の式を書け (k の範囲も記載すること)。

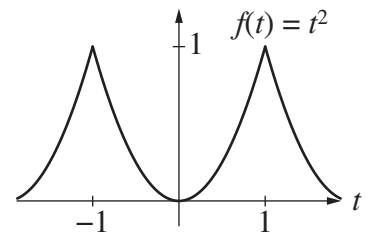
$f(t) =$

$a_k =$

$b_k =$

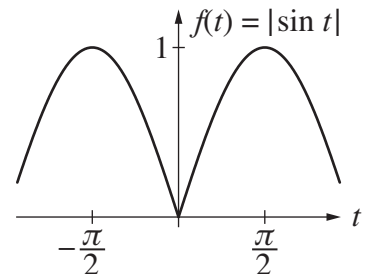
問5-2

$f(t) = t^2$ が区間 $[-1, 1]$ の周期関数であるとして、この関数の直流成分を求めよ。



問5-3

$f(t) = |\sin t|$ が区間 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ の周期関数であるとして、この関数の基本波の振幅を求めよ。



デジタル信号処理 演習 6

学籍番号：

氏名：

評価：

問 6-1

$z_1 = 3 + 2j$ 、 $z_2 = 1 - 2j$ 、 $z_3 = \alpha e^{j\theta}$ 、 $z_4 = \beta e^{j\phi}$ ($\alpha, \beta > 0$) として、以下の複素数の計算をせよ。

(1) $z_1 - z_2 =$

(2) $z_1 \cdot z_2 =$

(3) $\Re[z_1] =$

(4) $\Im[z_1] =$

(5) $|z_1| =$

(6) $\tan(\angle z_1) =$

(7) $\bar{z}_1 =$

(8) $z_3 \cdot z_4 =$

(9) $\frac{z_3}{z_4} =$

(10) $|z_3| =$

(11) $\angle z_3 =$

(12) $\bar{z}_3 =$

(13) $z_3 =$ (三角関数を用いて)

(14) $\cos(\angle z_3) =$ (指数関数を用いて)

(15) $\sin(\angle z_3) =$ (指数関数を用いて)

(裏面へ続く)

問 6-2

(1) 区間 $[-1, 1]$ で定義された複素関数 $f(t) = (3 + 2j)t$ のノルムを求めよ。

(2) 区間 $[-\pi, \pi]$ で定義された二つの複素関数 $f(t) = e^{jmt}$ と $g(t) = e^{jnt}$ の内積を求めよ。ただし、 m 、 n は整数とする。

デジタル信号処理 演習7

学籍番号: 氏名: 評価:

問7-1

角周波数 ω_0 の周期関数 $f(t)$ を複素フーリエ級数展開したときの式と、フーリエ係数 C_k の式を書け (k の範囲も記載すること)。

$f(t) =$

$C_k =$

問7-2

- 奇関数の複素フーリエ係数は であり、偶関数の複素フーリエ係数は である。
- 複素フーリエ係数 C_k と C_{-k} との間には、 の関係があり、 $|C_k| =$ 、 $\angle C_k =$ である。
- 角周波数 ω_0 の周期関数を $f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |C_k| e^{j(k\omega_0 t + \varphi_k)}$ の形で複素フーリエ級数展開したとき、
 $|C_k|$ の k 依存性のグラフを スペクトル、 φ_k の k 依存性のグラフを スペクトル、 $|C_k|^2$ の k 依存性のグラフを スペクトルという。また、これらのスペクトルの横軸 k は [Hz] の周波数に対応する。 $|C_k|$ のグラフは $k=0$ に対して 対称、 φ_k のグラフは $k=0$ に対して 対称、 $|C_k|^2$ のグラフは $k=0$ に対して 対称である。
- 信号の振幅を拡大・縮小すると、 スペクトルは変化せずに、 スペクトルだけが拡大・縮小する。また、信号を時間方向に移動させる (時間の原点をずらす) と、 スペクトルは変化せずに、 スペクトルだけが変化する。
- $f(t)$ の複素フーリエ係数を C_k 、 $g(t)$ の複素フーリエ係数を D_k としたとき、 $\alpha f(t) + \beta g(t)$ の複素フーリエ係数は となる。

問 7-3

図に示した矩形波の複素フーリエ係数を求めよ。(ヒント： $t < 0$ と $t > 0$ の領域に分けて計算) また、振幅スペクトルと位相スペクトルをグラフに描け。

